机械波

第一节 简谐波

1. 机械波的表达式为：y=0.03cos6π(t+0.01x) (SI)，则

解析：由机械波在(t , x)处的表达式为：

$$y = A\cos[\omega(t \mp \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

$$y = A\cos[\frac{2\pi}{T}(t \mp \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

$$y = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} \mp \frac{x}{\lambda}) + \varphi_0]$$

$$y = A\cos[\frac{2\pi}{\lambda}(\mu t \mp x) + \varphi_0]$$

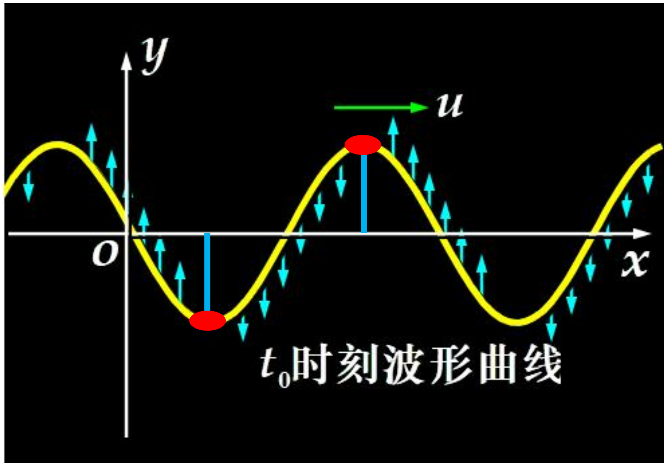
其中，-表示向x正方向，+表示向x的负方向。圆频率为：ω=6π

则振幅为：A=0.03 m； 周期为：T=2π/ω=1/3 s； 波速为：μ=1/0.01=100 m/s

因为中间的是+，则向着x负方向运动。

故选：B

2. 在简谐波传播过程中，沿传播方向相距为$\lambda/2$ (λ为波长)的两点的振动速度必定:



解析：如图展示了简谐波，在任意时刻t_0时，

沿着x的传播的波形图。

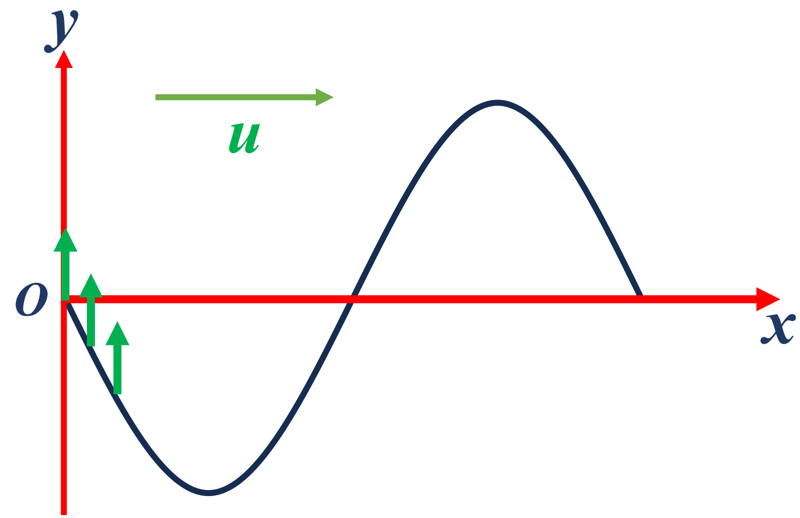
可以看出在任意位置x_0处和$x_0+\lambda/2$处的振动:

振动速度方向：大小相等，方向相反。

故选：A

3. 一平面余弦波在t=0时刻的波形曲线如图所示，则O点的振动初相位ϕ为：

解析：在波形图中判断某一位置处质点相位的步骤：



① 确定波的传播方向

② 读出质点的位移y_0

③ 比较该质点的“上游”质点的位移，确定质点的振动方向，$v_0>0$或$v_0<0$

④ 利用旋转矢量法，根据y_0和确定初相ϕ

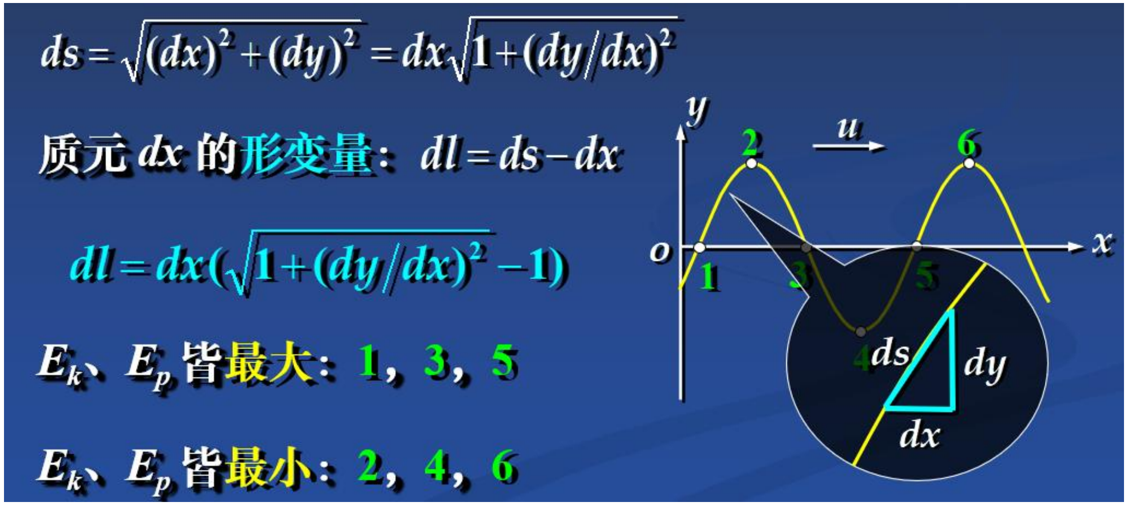
在本题中，$y_0=0$，$v_0>0$（O点前面质点的位移在O点位移之上，O点向y的正方向运动，旋转矢量位于下半轴），则$\varphi_0=-\pi/2$ (或$3\pi/2$)。

故选：D

4. 一平面简谐波在弹性媒介中传播，在某一瞬时媒介中某质元正处于平衡位置，此时其能量：

解析：由于在媒介中任意时刻，某质元的动能=势能；即：

$$dE_k = dE_p = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 dV \sin^2\left[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0\right]$$



如图，对于质元dx，在平衡位置处，速度最大，动能最大；而且对应的dl最大，因此

动能和势能都达到了最大。

故选：C

5. 图示一简谐波在t=0时刻的波形图，振幅为A=0.1 m，波速u=200 m/s，则P处质点的振动速度表达式为：

解析：设简谐振动的方程为：$y = A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$ (向x正方向传播，取-号)。

则振动速度为：$$v=\frac{\partial y}{\partial t}=-A\omega\sin[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$$

又因为t=0时刻的波形图如下图所示，其中A=0.1 m，u=200 m/s，由图可知λ=200m

得：T=2π/ω=λ/u；　所以：2π/ω=1 s，→ ω=2π。

对于t=0时刻，且x=0点，y=$A\cos(\varphi_0)=0$，

向y轴得负方向运动（由其“上游”质点位置确定）。

因此可得：φ_0=+π/2。

振动方程为：

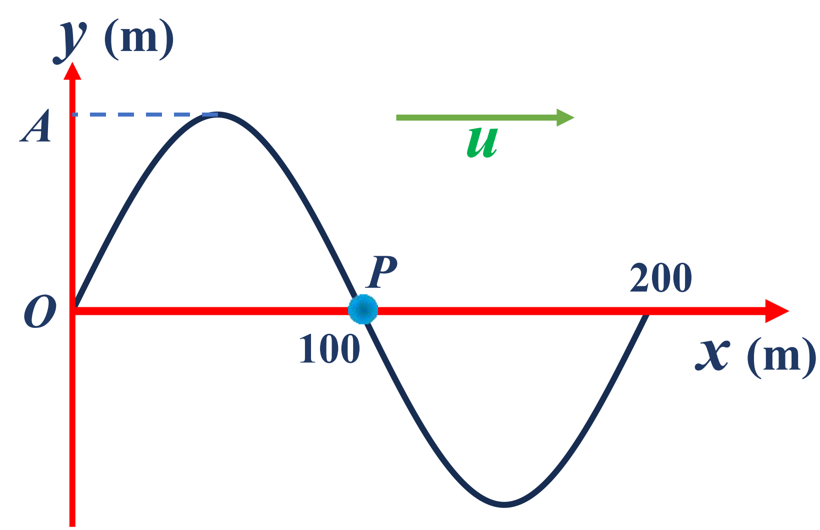
$$y=0.1\cos[2\pi(t-\frac{x}{200})+\frac{\pi}{2}]$$

振动速度为：

$$v=\frac{\partial y}{\partial t}=-0.2\pi\sin\left[2\pi(t-\frac{x}{200})+\frac{\pi}{2}\right]$$

$$=-0.2\pi\cos[2\pi(t-\frac{1}{2})]$$

故选：A



6. 一声波在空气中得波长是0.25m，传播速度是340m/s，当它进入另一介质时，波长变成了0.37m，它在该介质中传播速度为：

解析：由于波在不同介质中传播时，其速度和波长与介质有关，而其频率是不变的(由波源决定)。则由波的传播速度$v=\lambda*\upsilon$ (波长×频率)可得：

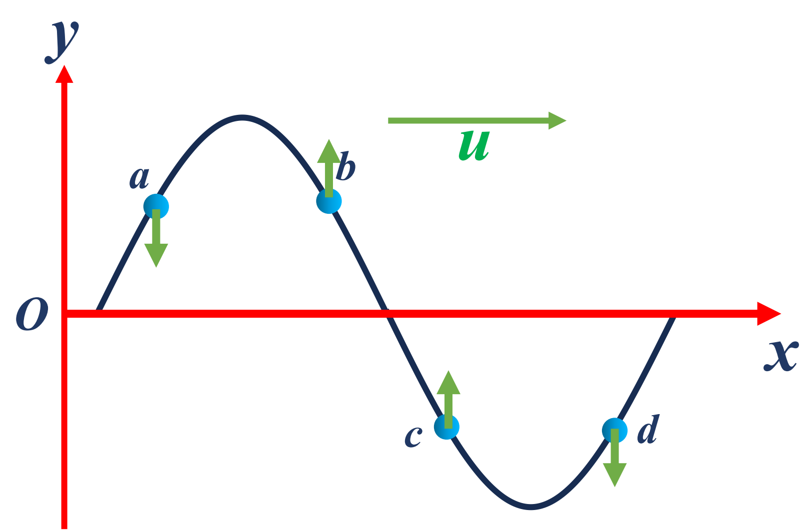
$v_1/\lambda_1=v_2/\lambda_2$　由于$\lambda_1=0.25$m，传播速度$v_1=340$m/s，$\lambda_2=0.37$m

得：$v_2=503.2$m/s

7. 已知一行波在t时刻的波形如图所示。试分别在图上注明所示的a，b，c，d四点此时的运动速度的方向(设为横波)。

解析：由题意知：行波（“上游”带动“下游”振动）在四个不同的点的运动方向如图所示。

质点的运动方向有其“上游”质点的位置决定。



8. 已知波源的振动周期为4.00×10^{-2}s，波的传播速度为300m/s，波沿x轴正方向传播，则位于x_1=10.0m和x_2=16.0m的两质点振动相位差为：

解析：由题意知：波的振动周期: $T=2\pi/\omega=0.04$s，则其圆频率(角频率)：$\omega=2\pi/T$。

设波在任一时刻t，x处的波函数为：$y = A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$ (x轴正方向，取-号)。

则分别在x_1和x_2两处的相位差为：

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=[\omega(t-x_2/u)+\varphi_0]-[\omega(t-x_1/u)+\varphi_0]=-\omega(x_2-x_1)/u$$

得：$\Delta\varphi=-\pi$ (rad)

注：本题没有需要明确说明相位的超前与落后（课本第52页，式10-6b），所以本题所求的相位差可以取正的也可以取负的，即本题的正确答案是-π或π。

9. 一简谐波，振动周期T=0.5s，波长λ=10m，振幅A=0.1m。当t=0时，波源振动的位移恰好为正方向的最大值。若坐标原点和波源重合，且波沿Ox轴正方向传播，求

(1)此波的表达式；

(2)$t_1=T/4$时刻，$x_1=\lambda/4$处质点的位移；

(3)$t_2=T/2$时刻，$x_1=\lambda/4$处质点的振动速度。

解析：设简谐波的波函数为：$y = A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$ (向x正方向传播，取-号)。

其中A=0.1m，$\omega=2\pi/T=4\pi$ rad/s，波的传播速度为：$u=\lambda/T$=20 m/s。又因为

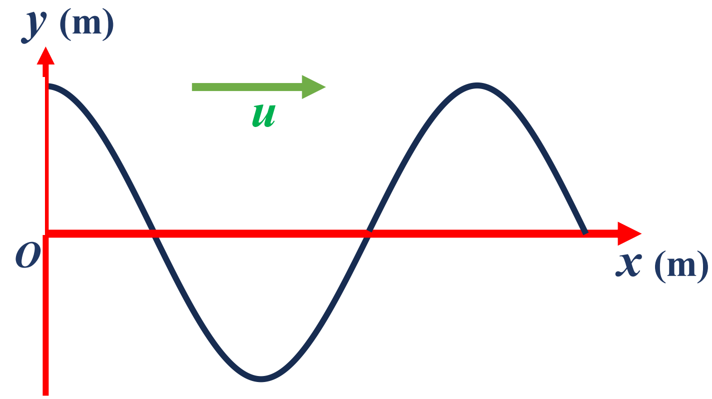
t=0，x=0时，$y=A$，则$\cos(\varphi_0)=1$，得$\varphi_0=2k\pi$ (k=0，±1，±2，。。。)=0。

波函数为：$y = 0.1\cos[4\pi(t-\frac{x}{20})]$ (m)。

对于$t_1=T/4$时刻，$x_1=\lambda/4$处质点的位移：带入方程可得：

$$y_1 = 0.1\cos[\frac{2\pi}{T}(\frac{T}{4}-\frac{\lambda}{4*20})]$$

$$=0.1\cos(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}) = 0.1 \quad \text{(m)}$$



由振动速度 $v=\frac{\partial y}{\partial t} = -0.4\pi\sin[4\pi(t-\frac{x}{20})]$

带入$t_2=T/4$，$x_1=\lambda/4$得：v=-0.4π m/s

10. 图示一平面简谐波在$t=T/2$时刻得波形图，求(1)该波的波函数；(2)P处质元的振动方程。

解析：设平面简谐波的波函数为：$y=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$其中$A$=0.06m，$\lambda$=0.4m。

则$T=\lambda/u$=8s，则圆频率$\omega=2\pi/T=\pi/4$ (rad/s)。则在$t=T/2$时，x=0处，y=0且向y轴负方向运动。则：$y=A\cos(\pi+\varphi_0)=0$，所以$\cos(\pi+\varphi_0)=0$。

即：$\pi+\varphi_0=\pi/2+2k\pi$ (k=0，±1，±2，。。) 所以$\varphi_0=2k\pi-\pi/2=-\pi/2$。

或利用旋转矢量法得：$\pi+\varphi_0=\pi/2$，即$\varphi_0=-\pi/2$

① 波函数为：

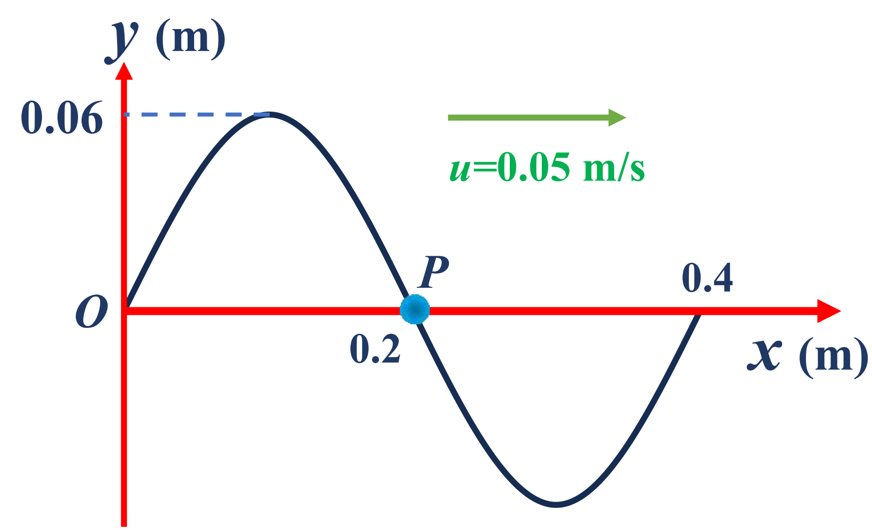
$$y=0.06\cos[\frac{\pi}{4}(t-\frac{x}{0.05})-\frac{\pi}{2}]\quad (m)$$

② 对于P点，x=0.2m，其振动方程为：

$$y=0.06\cos[\frac{\pi}{4}(t-\frac{0.2}{0.05})-\frac{\pi}{2}]$$

$$=0.06\cos(\frac{\pi}{4}t-\frac{3\pi}{2})$$

$$=0.06\cos(\frac{\pi}{4}t+\frac{\pi}{2})$$



11. 思考题：波形曲线与振动曲线有什么不同？试说明之。

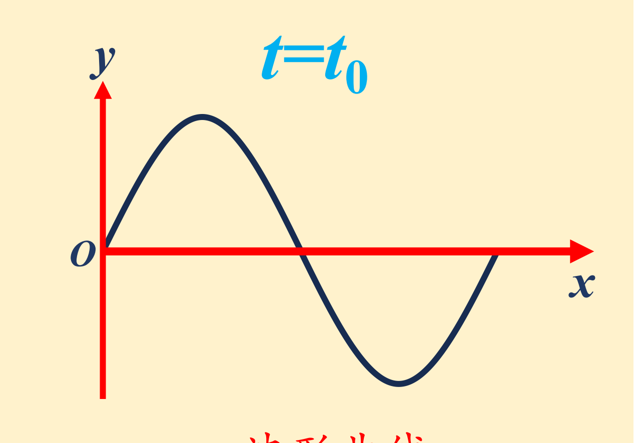
解析：在描述任意时刻t，任意位置x处，即(x, t)的波函数为:$y(x, t)$，其中$y(x, t)$可以表述为：

$$y = A\cos[\omega(t \mp \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

$$y = A\cos[\frac{2\pi}{T}(t \mp \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

$$y = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} \mp \frac{x}{\lambda}) + \varphi_0]$$

$$y = A\cos[\frac{2\pi}{\lambda}(ut \mp x) + \varphi_0]$$

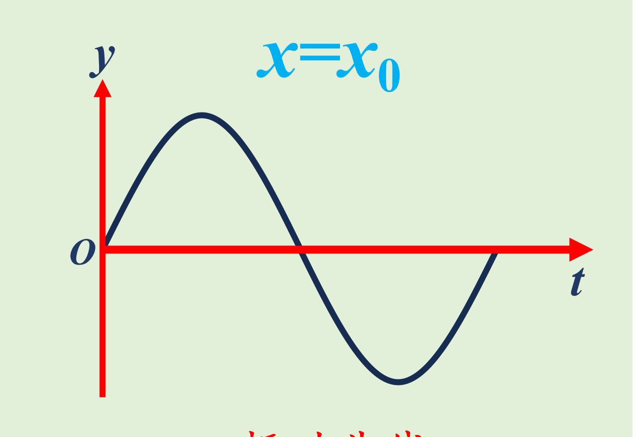


波形曲线

此时的波函数$y(x, t)$描述的就是时间t和位置x的函数。

对于固定时刻，即t=t_0。此时的波展示的是y随着x的变化而变化的行为，展示的是波形曲线，如图所示；

而对于某一固定的质点x=x_0来说，此处质点的振动方程为$y(t)$是时间t的函数，描述的是振动曲线如图所示。



振动曲线